

Équations d'isomonodromie, solutions algébriques et dynamique

Arnaud Girand

Institut de recherche mathématique de Rennes

31 août 2016

Équation de Painlevé VI

Soient $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{C}$; on considère l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} = & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-t} \right) \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \\ & - \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t-1} + \frac{1}{y-t} \right) \frac{dy}{dt} \\ & + \frac{y(y-1)(y-t)}{t^2(t-1)^2} \left(\alpha + \beta \frac{t}{y^2} + \gamma \frac{t-1}{(y-1)^2} + \delta \frac{t(t-1)}{(y-t)^2} \right). \end{aligned}$$

La solution générale de cette équation est très transcendante mais elle admet des solutions algébriques (classification par Boalch, Dubrovin, Hitchin, Kitaev, Lysovy, Mazzocco, Tykhyy).

Équation de Painlevé VI

Soient $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{C}$; on considère l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} = & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-t} \right) \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \\ & - \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t-1} + \frac{1}{y-t} \right) \frac{dy}{dt} \\ & + \frac{y(y-1)(y-t)}{t^2(t-1)^2} \left(\alpha + \beta \frac{t}{y^2} + \gamma \frac{t-1}{(y-1)^2} + \delta \frac{t(t-1)}{(y-t)^2} \right). \end{aligned}$$

La solution générale de cette équation est très transcendante mais elle admet des solutions algébriques (classification par Boalch, Dubrovin, Hitchin, Kitaev, Lysovy, Mazzocco, Tykhyy).

Équation de Painlevé VI

Soient $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{C}$; on considère l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} = & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-t} \right) \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \\ & - \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t-1} + \frac{1}{y-t} \right) \frac{dy}{dt} \\ & + \frac{y(y-1)(y-t)}{t^2(t-1)^2} \left(\alpha + \beta \frac{t}{y^2} + \gamma \frac{t-1}{(y-1)^2} + \delta \frac{t(t-1)}{(y-t)^2} \right). \end{aligned}$$

La solution générale de cette équation est très transcendante mais elle admet des solutions algébriques (classification par Boalch, Dubrovin, Hitchin, Kitaev, Lysovy, Mazzocco, Tykhyy).

Cette équation apparaît naturellement dans le cadre suivant : considérons un système différentiel de rang 2 de la forme suivante sur $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$:

$$\frac{dY}{dx} = \left(\frac{A_0}{x} + \frac{A_1}{x-1} + \frac{A_2}{x-t} \right) Y$$

pour $t \neq 0, 1, \infty$ et $A_0, A_1, A_2 \in \mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$.

Si on suppose $A_\infty := -A_0 - A_1 - A_2$ diagonale constante, alors le coefficient en bas à gauche de $\frac{A_0}{x} + \frac{A_1}{x-1} + \frac{A_2}{x-t}$ est de la forme

$$\frac{c(t)(x - y(t))}{x(x-1)(x-t)} .$$

Si de plus la déformation est isomonodromique, alors y est solution de l'équation de Painlevé VI.

Cette équation apparaît naturellement dans le cadre suivant : considérons un système différentiel de rang 2 de la forme suivante sur $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$:

$$\frac{dY}{dx} = \left(\frac{A_0(t)}{x} + \frac{A_1(t)}{x-1} + \frac{A_2(t)}{x-t} \right) Y$$

pour $t \neq 0, 1, \infty$ et $A_0, A_1, A_2 \in \mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$.

Si on suppose $A_\infty := -A_0 - A_1 - A_2$ diagonale constante, alors le coefficient en bas à gauche de $\frac{A_0}{x} + \frac{A_1}{x-1} + \frac{A_2}{x-t}$ est de la forme

$$\frac{c(t)(x - y(t))}{x(x-1)(x-t)}.$$

Si de plus la déformation est isomonodromique, alors y est solution de l'équation de Painlevé VI.

Cette équation apparaît naturellement dans le cadre suivant : considérons un système différentiel de rang 2 de la forme suivante sur $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$:

$$\frac{dY}{dx} = \left(\frac{A_0(t)}{x} + \frac{A_1(t)}{x-1} + \frac{A_2(t)}{x-t} \right) Y$$

pour $t \neq 0, 1, \infty$ et $A_0, A_1, A_2 \in \mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$.

Si on suppose $A_\infty := -A_0 - A_1 - A_2$ diagonale constante, alors le coefficient en bas à gauche de $\frac{A_0}{x} + \frac{A_1}{x-1} + \frac{A_2}{x-t}$ est de la forme

$$\frac{c(t)(x - y(t))}{x(x-1)(x-t)} .$$

Si de plus la déformation est isomonodromique, alors y est solution de l'équation de Painlevé VI.

Système de Garnier de rang deux

L'équation d'isomonodromie pour un système plat à cinq pôles $0, 1, t_1, t_2, \infty$ sur $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ est donné par le système hamiltonien suivant, appelé système de Garnier :

$$\begin{cases} \partial_{t_k} \mathbf{p}_i &= -\partial_{\mathbf{q}_i} H_k & i, k = 1, 2 \\ \partial_{t_k} \mathbf{q}_i &= \partial_{\mathbf{p}_i} H_k & i, k = 1, 2 \end{cases}$$

d'inconnues $(\underline{\mathbf{p}}, \underline{\mathbf{q}})$, où les H_k sont des fractions rationnelles en les $\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i$ et t_k ne dépendant que des données spectrales de la monodromie.

De la même façon que précédemment, on cherche à classifier les solutions algébriques d'un tel système. Pour construire de telles solutions, on dispose de plusieurs méthodes :

- déformations à monodromie finie (Boalch, Hitchin) ;
- déformations à monodromie réductible (Mazzocco) ;
- déformations dont la monodromie factorise par une courbe (Diarra, Kitaev) ;
- déformations obtenues via une connexion logarithmique plate sur $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$.

De la même façon que précédemment, on cherche à classifier les solutions algébriques d'un tel système. Pour construire de telles solutions, on dispose de plusieurs méthodes :

- déformations à monodromie finie (Boalch, Hitchin) ;
- déformations à monodromie réductible (Mazzocco) ;
- déformations dont la monodromie factorise par une courbe (Diarra, Kitaev) ;
- déformations obtenues via une connexion logarithmique plate sur $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$.

De la même façon que précédemment, on cherche à classifier les solutions algébriques d'un tel système. Pour construire de telles solutions, on dispose de plusieurs méthodes :

- déformations à monodromie finie (Boalch, Hitchin) ;
- déformations à monodromie réductible (Mazzocco) ;
- déformations dont la monodromie factorise par une courbe (Diarra, Kitaev) ;
- déformations obtenues via une connexion logarithmique plate sur $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$.

De la même façon que précédemment, on cherche à classifier les solutions algébriques d'un tel système. Pour construire de telles solutions, on dispose de plusieurs méthodes :

- déformations à monodromie finie (Boalch, Hitchin) ;
- déformations à monodromie réductible (Mazzocco) ;
- déformations dont la monodromie factorise par une courbe (Diarra, Kitaev) ;
- déformations obtenues via une connexion logarithmique plate sur $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$.

De la même façon que précédemment, on cherche à classifier les solutions algébriques d'un tel système. Pour construire de telles solutions, on dispose de plusieurs méthodes :

- déformations à monodromie finie (Boalch, Hitchin) ;
- déformations à monodromie réductible (Mazzocco) ;
- déformations dont la monodromie factorise par une courbe (Diarra, Kitaev) ;
- déformations obtenues via une connexion logarithmique plate sur $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$.

Un exemple

On considère le revêtement double ramifiant sur la diagonale

$$\pi : \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \xrightarrow{2:1} \mathbb{P}^2$$

correspondant au quotient par l'involution $\eta : (u, v) \mapsto (v, u)$ et on l'utilise pour pousser en avant la connexion logarithmique de rang 1

$$d + \left(\lambda_0 \left(\frac{du}{u} - \frac{dv}{v} \right) + \lambda_1 \left(\frac{du}{u-1} - \frac{dv}{v-1} \right) \right)$$

sur $\mathbb{P}_u^1 \times \mathbb{P}_v^1$, pour $(\lambda_0, \lambda_1) \in \mathbb{C}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.

Un exemple

On considère le revêtement double ramifiant sur la diagonale

$$\pi : \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \xrightarrow{2:1} \mathbb{P}^2$$

correspondant au quotient par l'involution $\eta : (u, v) \mapsto (v, u)$ et on l'utilise pour pousser en avant la connexion logarithmique de rang 1

$$d + \left(\lambda_0 \left(\frac{du}{u} - \frac{dv}{v} \right) + \lambda_1 \left(\frac{du}{u-1} - \frac{dv}{v-1} \right) \right)$$

sur $\mathbb{P}_u^1 \times \mathbb{P}_v^1$, pour $(\lambda_0, \lambda_1) \in \mathbb{C}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.

On obtient alors une connexion logarithmique plate sur $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ donnée par :

$$\nabla_{\lambda_0, \lambda_1} = d - \frac{1}{2(x^2 + y^2 + 1 - 2(xy + x + y))} (\lambda_0 A_0 + \lambda_1 A_1 + A_2),$$

où

$$A_0 := \begin{pmatrix} 2(x-1)ydx + (x^2 + x(y-2) - y + 1)x \frac{dy}{y} & 2(2x - y + 2)ydx + (2x^2 + y(x - y + 3) - 2)x \frac{dy}{y} \\ -2y^2 dx + (x + y - 1)x^2 \frac{dy}{y} & -2(x-1)ydx - (x^2 + x(y-2) - y + 1)x \frac{dy}{y} \end{pmatrix}$$

$$A_1 := \begin{pmatrix} (x^2 + (x-1)(y-1))y \frac{dx}{x} + 2(x-1)xdy & (x^2 + y(x-y+3) - 2)y \frac{dx}{x} + 2(2x-y+2)xdy \\ -(x+y-1)y^2 \frac{dx}{x} - 2x^2 dy & -(x^2 + (x-1)(y-1))y \frac{dx}{x} - 2(x-1)xdy \end{pmatrix}$$

$$A_2 := \begin{pmatrix} -(x+y+1)ydx - (x^2 - x(y+2) - y + 1)x \frac{dy}{y} & -2(x-y+3)ydx - (x^2 - 2y(x+1) + 1)x \frac{dy}{y} \\ 0 & (x+y+1)ydx + (x^2 - x(y+2) - y + 1)x \frac{dy}{y} \end{pmatrix}.$$

Paramétrage rationnel

On est alors en mesure de caractériser la solution du système de Garnier associée à l'aide du paramétrage rationnel en deux variables α et β suivant :

$$(\alpha, \beta) \mapsto (p_1, p_2, q_1, q_2, t_1, t_2)$$

Paramétrage rationnel

On est alors en mesure de caractériser la solution du système de Garnier associée à l'aide du paramétrage rationnel en deux variables α et β suivant :

$$(\alpha, \beta) \mapsto \left(p_1, p_2, q_1, q_2, -\frac{\alpha(\beta+1)^2}{(\alpha-1)(\alpha-\beta^2)}, -\frac{\alpha(\beta-1)^2}{(\alpha-1)(\alpha-\beta^2)} \right)$$

Paramétrage rationnel

On est alors en mesure de caractériser la solution du système de Garnier associée à l'aide du paramétrage rationnel en deux variables α et β suivant :

$$(\alpha, \beta) \mapsto \left(p_1 + p_2, p_1 p_2, q_1 + q_2, q_1 q_2, -\frac{\alpha(\beta + 1)^2}{(\alpha - 1)(\alpha - \beta^2)}, -\frac{\alpha(\beta - 1)^2}{(\alpha - 1)(\alpha - \beta^2)} \right)$$

Paramétrage rationnel

On est alors en mesure de caractériser la solution du système de Garnier associée à l'aide du paramétrage rationnel en deux variables α et β suivant :

$$(\alpha, \beta) \mapsto \left(p_1 + p_2, \frac{p_1 - p_2}{q_1 - q_2}, q_1 + q_2, q_1 q_2, -\frac{\alpha(\beta + 1)^2}{(\alpha - 1)(\alpha - \beta^2)}, -\frac{\alpha(\beta - 1)^2}{(\alpha - 1)(\alpha - \beta^2)} \right)$$

Paramétrage rationnel

$$q_1 + q_2 = \frac{\lambda_0(\alpha^2 - 2\alpha + \beta^2) - \lambda_1(1 + \beta^2 + 2\alpha)\alpha + \alpha(2 - \alpha) - \beta^2}{(\lambda_0 + \lambda_1 - 1)(\alpha - \beta^2)(\alpha - 1)},$$

$$q_1 q_2 = \frac{(\lambda_0 - 1)(\beta - 1)(\beta + 1)\alpha}{(\lambda_0 + \lambda_1 - 1)(\alpha - \beta^2)(\alpha - 1)},$$

$$\frac{p_1 - p_2}{q_1 - q_2} = -\frac{(\lambda_0 + \lambda_1 - 1)(\alpha + 1)(\alpha - \beta^2)^2(\alpha - 1)}{2\alpha(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)(\beta + 1)(\beta - 1)},$$

$$p_1 + p_2 = \frac{(\alpha - \beta^2)}{2\alpha(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)(\beta + 1)(\beta - 1)} \hat{S},$$

où

$$\begin{aligned} \hat{S} = & (\lambda_0 + 2\lambda_1 - 1)\alpha^3 \\ & + ((2\lambda_0 + \lambda_1 - 2)\beta^2 - (3\lambda_0 + \lambda_1 - 3))\alpha^2 \\ & + ((\lambda_0 - 3\lambda_1 + 1)\alpha + (\lambda_0 - 1))\beta^2. \end{aligned}$$

Classification

Théorème

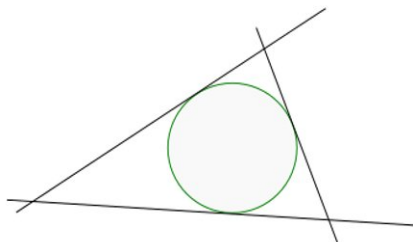
Soit Γ le groupe fondamental du complémentaire d'une courbe Q de degré cinq dans $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ et soit $\rho : \Gamma \rightarrow \mathrm{PSL}_2(\mathbb{C})$ telle que :

- l'image de ρ est infinie et irréductible ;
- ρ ne se factorise pas à travers une courbe, i.e il n'existe pas de courbe projective complexe C , de diviseur δ dans C , de morphisme algébrique f et de représentation $\tilde{\rho}$ tels que le diagramme suivant commute

$$\begin{array}{ccc} \pi_1(C \setminus \delta) & \xleftarrow{f_*} & \Gamma \\ & \searrow \tilde{\rho} & \downarrow \rho \\ & & \mathrm{PSL}_2(\mathbb{C}) \end{array} .$$

Alors le triplet (Γ, ρ, Q) est (modulo conjugaison globale à l'arrivée pour ρ) l'un des suivants (pour un certain couple $(u, v) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*$).

Classification



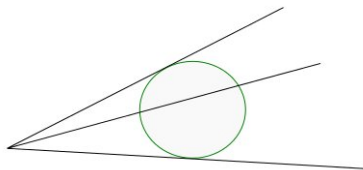
Théorème

$\Gamma \cong \langle a, b, c \mid (ab)^2(ba)^{-2} = (ac)^2(ca)^{-2} = [b, c] = 1 \rangle$,

$$\rho : a \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b \mapsto \begin{pmatrix} u & 0 \\ 0 & u^{-1} \end{pmatrix}, \quad c \mapsto \begin{pmatrix} v & 0 \\ 0 & v^{-1} \end{pmatrix}$$

et Q est formée de trois droites et d'une conique tangentes à ces dernières.

Classification



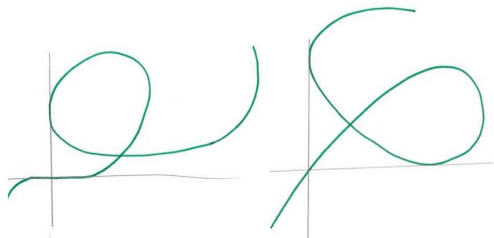
Théorème

$\Gamma \cong \langle a, b, c \mid [a, b] = [a, c^{-1}bc] = 1, (bc)^2 = (cb)^2 \rangle,$

$$\rho : a \mapsto \begin{pmatrix} u & 0 \\ 0 & u^{-1} \end{pmatrix}, \quad b \mapsto \begin{pmatrix} v & 0 \\ 0 & v^{-1} \end{pmatrix}, \quad c \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

et Q est formée de trois droites concourantes et d'une conique tangente à exactement deux d'entre elles.

Classification



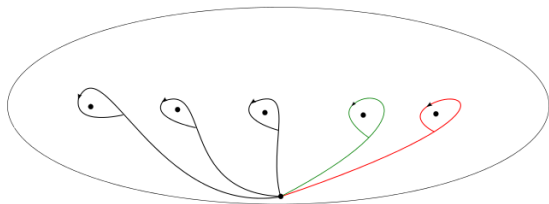
Théorème

$\Gamma \cong \langle a, b, c \mid [a, b] = [b, c^2] = 1, ca = bc \rangle,$

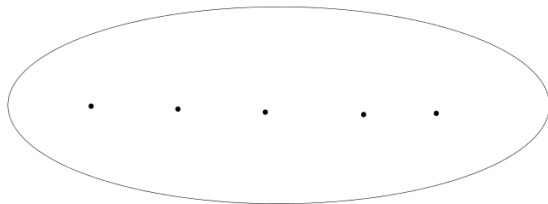
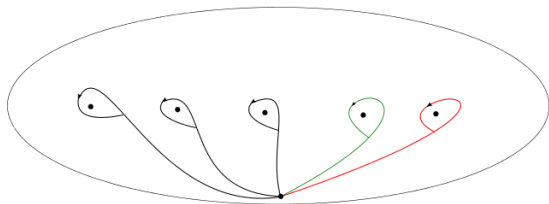
$$\rho : a \mapsto \begin{pmatrix} u & 0 \\ 0 & u^{-1} \end{pmatrix}, \quad b \mapsto \begin{pmatrix} u^{-1} & 0 \\ 0 & u \end{pmatrix}, \quad c \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dans ce dernier cas Q correspond à l'une de deux configurations ci-dessus (cubique nodale et deux droites).

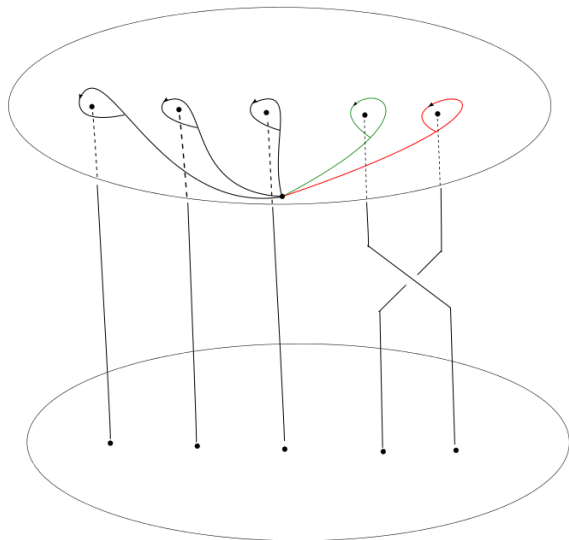
Action par tresses



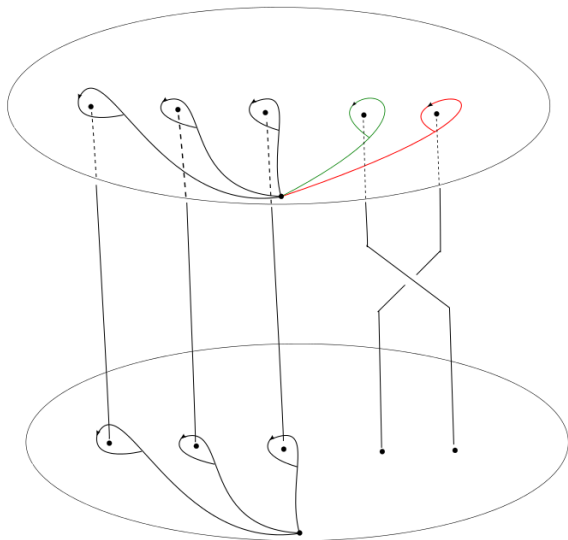
Action par tresses



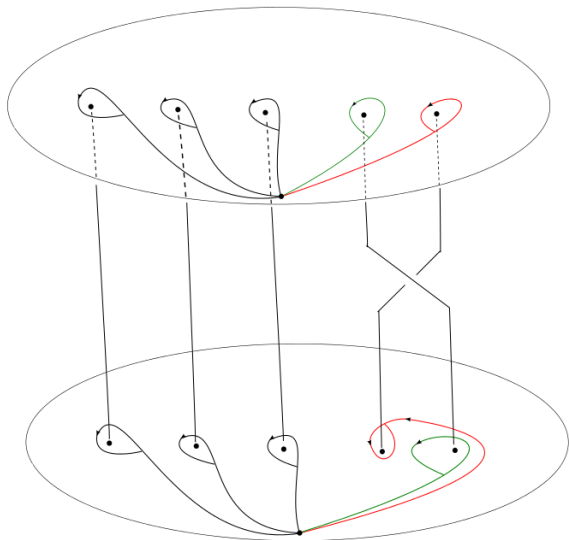
Action par tresses



Action par tresses



Action par tresses



Déformations isomonodromiques algébriques d'une sphère épointée



Solutions algébriques de systèmes de Garnier



Orbites finies sous l'action du groupe modulaire sur la
variété des caractères
(*Dubrovin–Mazzocco, Iwasaki, Cousin*)

Déformations isomonodromiques algébriques d'une sphère épointée



Solutions algébriques de systèmes de Garnier



Orbites finies sous l'action du groupe modulaire sur la
variété des caractères
(*Dubrovin–Mazzocco, Iwasaki, Cousin*)

Déformations isomonodromiques algébriques d'une sphère
épointée



Solutions algébriques de systèmes de Garnier



Orbites finies sous l'action du groupe modulaire sur la
variété des caractères
(*Dubrovin–Mazzocco, Iwasaki, Cousin*)

Convolution intermédiaire de Katz

$$\rho : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_d(k) \implies \text{Convolution intermédiaire} \implies \hat{\rho} : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_r(k)$$

où r est une fonction explicite et "contrôlable" de d et ρ .

Théorème

Ce procédé est équivariant sous l'action du groupe modulaire sur la variété des caractères.

Convolution intermédiaire de Katz

$$\rho : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_d(k) \implies \boxed{\text{Convolution intermédiaire}} \implies \hat{\rho} : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_r(k)$$

où r est une fonction explicite et "contrôlable" de d et ρ .

Théorème

Ce procédé est équivariant sous l'action du groupe modulaire sur la variété des caractères.

Convolution intermédiaire de Katz

$$\rho : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_d(k) \implies \boxed{\text{Convolution intermédiaire}} \implies \hat{\rho} : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_r(k)$$

où r est une fonction explicite et "contrôlable" de d et ρ .

Théorème

Ce procédé est équivariant sous l'action du groupe modulaire sur la variété des caractères.

Convolution intermédiaire de Katz

$$\rho : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_d(k) \implies \boxed{\text{Convolution intermédiaire}} \implies \hat{\rho} : \mathbf{F}_n \rightarrow GL_r(k)$$

où r est une fonction explicite et "contrôlable" de d et ρ .

Théorème

Ce procédé est équivariant sous l'action du groupe modulaire sur la variété des caractères.

Dans notre cas (inspiré par Boalch), on considère un sous-groupe *fini* $\Gamma \leq SL_3(\mathbb{C})$:

$$\rho : \mathbf{F}_4 \rightarrow \Gamma \implies \text{Convolution intermédiaire} \implies \hat{\rho} : \mathbf{F}_4 \rightarrow SL_2(\mathbb{C})$$

et on obtient une représentation $\hat{\rho} : \mathbf{F}_4 \rightarrow SL_2(\mathbb{C})$ dont l'orbite sous l'action du groupe modulaire est finie.

Dans notre cas (inspiré par Boalch), on considère un sous-groupe *fini* $\Gamma \leq SL_3(\mathbb{C})$:

$$\rho : \mathbf{F}_4 \rightarrow \Gamma \implies \text{Convolution intermédiaire} \implies \hat{\rho} : \mathbf{F}_4 \rightarrow SL_2(\mathbb{C})$$

et on obtient une représentation $\hat{\rho} : \mathbf{F}_4 \rightarrow SL_2(\mathbb{C})$ dont l'orbite sous l'action du groupe modulaire est finie.

Dans notre cas (inspiré par Boalch), on considère un sous-groupe *fini* $\Gamma \leq SL_3(\mathbb{C})$:

$$\rho : \mathbf{F}_4 \rightarrow \Gamma \implies \text{Convolution intermédiaire} \implies \hat{\rho} : \mathbf{F}_4 \rightarrow SL_2(\mathbb{C})$$

et on obtient une représentation $\hat{\rho} : \mathbf{F}_4 \rightarrow SL_2(\mathbb{C})$ dont l'orbite sous l'action du groupe modulaire est finie.

Exemple

$$d_1 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad d_2 \mapsto \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad d_3 \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad d_4 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Convolution intermédiaire



$$d_1 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad d_2 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d_3 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d_4 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$d_1 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad d_2 \mapsto \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad d_3 \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad d_4 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Convolution intermédiaire



$$d_1 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad d_2 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d_3 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d_4 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$d_1 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad d_2 \mapsto \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad d_3 \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad d_4 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Convolution intermédiaire



$$d_1 \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad d_2 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d_3 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad d_4 \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Questions ouvertes

- Solutions associées aux orbites finies obtenues par convolution intermédiaire ?
- Étude systématique des solutions obtenues par ce procédé ? Groupes de monodromie possibles ?
- Extension au genre supérieur ?

Questions ouvertes

- Solutions associées aux orbites finies obtenues par convolution intermédiaire ?
- Étude systématique des solutions obtenues par ce procédé ? Groupes de monodromie possibles ?
- Extension au genre supérieur ?

Questions ouvertes

- Solutions associées aux orbites finies obtenues par convolution intermédiaire ?
- Étude systématique des solutions obtenues par ce procédé ? Groupes de monodromie possibles ?
- Extension au genre supérieur ?

Questions ouvertes

- Solutions associées aux orbites finies obtenues par convolution intermédiaire ?
- Étude systématique des solutions obtenues par ce procédé ? Groupes de monodromie possibles ?
- Extension au genre supérieur ?