◇ C'est quoi ?

Définition 1. Soit $f : I \to \mathbb{K}$. Une **primitive** de f est une application $F : I \to \mathbb{K}$ telle que :
- F est dérivable ;
- $F' = f$.

Exemple 1. Soit $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$. Alors la fonction

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}_+^* &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^\alpha \end{aligned}$$

admet pour primitive $F : x \mapsto \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$.

Théorème 1.
Soit $f \in \mathcal{C}^0(I)$. Alors :
- f admet une infinité de primitives ;
- si F et $\hat{F}$ sont deux primitives de f, la fonction $F - \hat{F}$ est constante.

Notation. Soit $f \in \mathcal{C}^0(I)$ et soit F une primitive de f. SI $a, b \in I$ on appellera **intégrale de** f **entre** a **et** b la quantité :

$$\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t := F(b) - F(a)\ .$$

Il est aisé de vérifier que cette dernière ne dépend pas du choix de la primitive F. De plus, la dérivation étant linéaire, l'intégrale l'est naturellement.

Remarque 1. Il découle de la "définition" donnée *supra* de l'intégrale que, pour tous $a, x \in I$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t = f(x)\ .$$

◇ Primitives usuelles

Il suffit de lire "à l'envers" le tableau des dérivées usuelles pour obtenir ceci. Nous verrons plus tard comment obtenir les primitives "moins évidentes" des fonctions usuelles omises *infra.*

Valeur de $f(x)$	Ensemble de continuité	Valeur d'une primitive
x^α $(\alpha \neq -1)$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}_+^*$	$\ln(x)$
e^{ax} $(a \neq 0)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{a}e^{ax}$
a^x $(a > 0,\ a \neq 1)$	$\mathbb{R}$	$\frac{a^x}{\ln(a)}$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\sin(x)$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$-\cos(x)$
$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1,1[$	$\arccos(x)$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1,1[$	$\arcsin(x)$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$\arctan(x)$
$\mathrm{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathrm{sh}(x)$
$\mathrm{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathrm{ch}(x)$