

Ce devoir est à rendre pour le vendredi 11 septembre 2020.

Toute réponse non justifiée sera considérée comme vide. À l'inverse, tout raisonnement, même non abouti, sera valorisé.

EXTRAIT : BAC S ASIE 2017

Un protocole de traitement d'une maladie, chez l'enfant, comporte une perfusion longue durée d'un médicament adapté. La concentration dans le sang du médicament au cours du temps est modélisée par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$C(t) = \frac{d}{a} (1 - e^{-\frac{a}{80}t})$$

où

- C désigne la concentration du médicament dans le sang, exprimée en micromole par litre,
- t le temps écoulé depuis le début de la perfusion, exprimé en heure,
- d le débit de la perfusion, exprimé en micromole par heure,
- a un paramètre réel strictement positif, appelé clairance, exprimé en litre par heure.

Le paramètre a est spécifique à chaque patient.

En médecine, on appelle « plateau » la limite en $+\infty$ de la fonction C .

– I –

La clairance a d'un certain patient vaut 7, et on choisit un débit d égal à 84.

Dans cette partie, la fonction C est donc définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$C(t) = 12 \left(1 - e^{-\frac{7}{80}t}\right).$$

1. Étudier le sens de variation de la fonction C sur $[0 ; +\infty[$.
2. Pour être efficace, le plateau doit être égal à 15. Le traitement de ce patient est-il efficace ?

– II –

1. Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{105}{x} \left(1 - e^{-\frac{3}{40}x}\right).$$

Démontrer que, pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{105g(x)}{x^2}$, où g est la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{3x}{40} e^{-\frac{3}{40}x} + e^{-\frac{3}{40}x} - 1.$$

2. Déterminer le sens de variation de la fonction g . En déduire le tableau de variations de la fonction f .
3. Montrer que la fonction f admet une réciproque sur l'intervalle $[1 ; 80]$. *On ne demande pas de la calculer.*