

SEMAINE 10

► Groupes, anneaux et corps

- lois de composition interne : stabilité, associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, inversibles ;
- notions de groupe et groupe commutatif (abélien) ;
- groupes liés aux anneaux et corps du programme, groupe des bijections d'un ensemble dans lui-même, cas particulier de \mathfrak{S}_n ;
- puissances d'éléments dans un groupes, notation "en multiples" dans le cas "additif", formule $(xy)^n = x^n y^n$ lors que x et y commutent ;
- notion de sous-groupe, caractérisation standard, persistance du neutre et des inverses ;
- sous-groupes classiques de (\mathbb{C}^*, \times) : nombres complexes de module 1 (noté \mathcal{U}), racines n -ièmes de l'unité (noté \mathcal{U}_n), interprétation géométrique (polygones réguliers inscrits dans le cercle unité), somme $\sum_{\omega \in \mathcal{U}_n} \omega$ nulle dès que $n \geq 2$;
- morphismes de groupes ;
- iso/endo/automorphismes ;
- notion d'anneau (unitaire) et de corps (commutatif), sous-anneaux ;
- groupe \mathbb{A}^\times des inversibles d'un anneau \mathbb{A} ;
- identités remarquables $(a + b)^n$ et $b^n - a^n$ lorsque a et b commutent, cas particulier $b = 1$ dans la seconde ("suite géométrique").

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : groupes et anneaux quotients, anneaux intègres, caractérisation des sous groupes de \mathbb{R} ou \mathbb{Z} (peut être donnée en exercice), toute technicité relative à \mathfrak{S}_n (signature, groupe alterné, cardinal, décompositions canoniques), noyau et image d'un morphisme de groupes.*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- le groupe \mathfrak{S}_3 : définition, liste des éléments, caractère non abélien ;
- formule du binôme de Newton ;
- identité remarquable $b^n - a^n$.