

## SEMAINE 5

## ► Nombres réels

- corps  $\mathbb{R}$  des nombres réels ;
- sous ensembles  $\mathbb{R}_+$ ,  $\mathbb{R}_-$ , ordre naturel sur  $\mathbb{R}$  ;
- opérations sur les inégalités ;
- valeur absolue, inégalités triangulaires ;
- notions de bornes supérieure et inférieure dans un ensemble ordonné ;
- tout ensemble admettant un plus grand (resp. plus petit) élément admet une borne supérieure (resp. inférieure) égale à celui-ci ;
- toute partie de  $\mathbb{R}$  non vide et majorée (resp. minorée) admet une borne supérieure (resp. inférieure) ;
- caractérisation séquentielle des bornes supérieure, inférieure ;
- droite réelle achevée : notation  $\overline{\mathbb{R}}$ , extension de l'ordre naturel, extension partielle de l'addition et de la multiplication, existence de bornes supérieures et inférieures ;
- propriété d'Archimède ;
- partie entière par défaut (notation  $[\cdot]$ ), approximation d'un réel à  $10^{-n}$  près ;
- densité de  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$  ;
- intervalles, ensembles convexes, équivalence entre ces deux notions sur  $\mathbb{R}$ .

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : notion générale de corps ordonné, construction de  $\mathbb{R}$ , compacité, connexité, complétude.*

## ► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- première inégalité triangulaire :  $\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|$  ;
- propriété d'Archimède ;
- densité de  $\mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$ .