

SEMAINE 4

► Ensembles

- notion naïve d'ensemble vu comme famille non ordonnée d'éléments, notion d'appartenance, notation \in ;
- un ensemble (non usuel) est introduit en listant ses éléments ou sous la forme

$$\{ \underbrace{x \in X}_{\text{cas de base}} \mid \underbrace{P(x)}_{\text{prédicat}} \};$$

- notions d'inclusion et d'égalité de deux ensembles ;
- zoologie des ensembles usuels (définitions naïves) : $\emptyset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$;
- parties d'un ensemble, notation $\mathcal{P}(E)$;
- opérations sur les ensembles : intersection (\cap), réunion (\cup), différence (\setminus) ;
- produit cartésien de deux ensembles, d'une famille d'ensembles.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : valeurs de vérité, notion de variable, axiomatique, construction des ensembles usuels.*

► Applications, relations

- Notion d'application, ensembles de départ et d'arrivée, graphe, notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E ;
- image, antécédent par une application ;
- suites à valeurs dans un ensemble quelconque ;
- restriction et prolongements d'une application, notation $f|_A$;
- notion d'injection, de surjection, de bijection, notation $\mathfrak{S}(E, F)$;
- composition de deux applications compatibles, inverse à gauche (resp. à droite) d'une injection (resp. surjection) ;
- réciproque d'une bijection, notation f^{-1} ;
- la composée de deux injections (resp. surjections, bijections) est une injection (resp. surjection, bijection), formule de la réciproque d'une composée ;
- ensembles image et image réciproque, notations $f(A)$ et $f^{-1}(B)$;
- fonctions indicatrices, conséquence des opérations ensemblistes usuelles sur ces dernières ;
- relation d'ordre (totale ou partielle), ensemble ordonné, exemples classiques : $\leq, |, \subset$;
- majorants, minorants, maximum, minimum ;
- relation d'équivalence, exemple des relations de congruence sur \mathbb{R} et \mathbb{Z} .

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : partitions d'un ensemble, quotient d'un ensemble par une relation d'équivalence, lois de composition interne, ensembles dénombrables, classes d'équivalences.*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- inversibilité à gauche (resp. à droite) d'une injection (resp. surjection) ;
- les relations \leq et $|$, sont des relations d'ordre sur les ensembles *ad hoc* ;
- la relation de congruence sur \mathbb{Z} est une relation d'équivalence.