

## SEMAINE 4

## ► Ensembles

- notion naïve d'ensemble vu comme famille non ordonnée d'éléments, notion d'appartenance, notation  $\in$  ;
- un ensemble (non usuel) est introduit en listant ses éléments ou sous la forme

$$\{ \underbrace{x \in X}_{\text{cas de base}} \mid \underbrace{P(x)}_{\text{prédicat}} \};$$

- notions d'inclusion et d'égalité de deux ensembles ;
- zoologie des ensembles usuels (définitions naïves) :  $\emptyset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$  ;
- parties d'un ensemble, notation  $\mathcal{P}(E)$  ;
- opérations sur les ensembles : intersection ( $\cap$ ), réunion ( $\cup$ ), différence ( $\setminus$ ) ;
- produit cartésien de deux ensembles, d'une famille d'ensembles.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : valeurs de vérité, notion de variable, axiomatique, construction des ensembles usuels.*

## ► Applications, relations

- Notion d'application, ensembles de départ et d'arrivée, graphe, notations  $\mathcal{F}(E, F)$  et  $F^E$  ;
- image, antécédent par une application ;
- suites à valeurs dans un ensemble quelconque ;
- restriction et prolongements d'une application, notation  $f|_A$  ;
- notion d'injection, de surjection, de bijection, notation  $\mathfrak{S}(E, F)$  ;
- composition de deux applications compatibles, inverse à gauche (resp. à droite) d'une injection (resp. surjection) ;
- réciproque d'une bijection, notation  $f^{-1}$  ;
- la composée de deux injections (resp. surjections, bijections) est une injection (resp. surjection, bijection), formule de la réciproque d'une composée ;
- ensembles image et image réciproque, notations  $f(A)$  et  $f^{-1}(B)$  ;
- fonctions indicatrices, conséquence des opérations ensemblistes usuelles sur ces dernières ;
- relation d'ordre (totale ou partielle), ensemble ordonné, exemples classiques :  $\leq, |, \subset$  ;
- majorants, minorants, maximum, minimum ;
- relation d'équivalence, exemple des relations de congruence sur  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{Z}$ .

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : partitions d'un ensemble, quotient d'un ensemble par une relation d'équivalence, lois de composition interne, ensembles dénombrables, classes d'équivalences.*

## ► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- inversibilité à gauche (resp. à droite) d'une injection (resp. surjection) ;
- les relations  $\leq$  et  $|$ , sont des relations d'ordre sur les ensembles *ad hoc* ;
- la relation de congruence sur  $\mathbb{Z}$  est une relation d'équivalence.