

SEMAINE 3

► Entiers naturels, récurrence

- ensemble \mathbb{N} des entiers naturels, addition, multiplication ;
- ordre naturel sur \mathbb{N} , entier $b - a$ lorsque $a \leq b$;
- divisibilité, quotient ;
- notation $\llbracket 1, n \rrbracket$ pour l'ensemble des entiers compris entre 1 et n ;
- toute partie non vide (resp. non vide et majorée) de \mathbb{N} admet un plus petit (resp. plus grand) élément ;
- principe de récurrence : si $\mathcal{P}(n)$ est un prédicat de la variable n tel que $\mathcal{P}(n_0)$ soit vérifié et que pour tout $n \geq n_0$, $\mathcal{P}(n) \Rightarrow \mathcal{P}(n+1)$ alors $\mathcal{P}(n)$ est vrai pour tout $n \geq n_0$;
- notations \sum et \prod , changements d'indices, manipulation élémentaires (extraction de termes, regroupement, changement d'indice) ;
- exemples classiques de démonstration par récurrence : somme des entiers de 1 à n , de leurs carrés, des termes d'une suite géométrique ;
- identité remarquable $a^{n+1} - b^{n+1}$;
- factorielle, coefficients du binôme : notations $n!$ et $\binom{n}{k}$, triangle de Pascal ;
- formule du binôme de Newton ;
- récurrence forte, récurrence à deux rangs.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : dénombrement, combinatoire, arithmétique dans \mathbb{N} (autre que la notion de divisibilité).*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- somme des entiers de 1 à n ;
- somme des termes d'une suite géométrique ;
- identité remarquable $a^{n+1} - b^{n+1}$.