TD 1 MPSI 2020 – 2021

Lycée M@RIETTE
BOULOGNE - SUR - MER

On utilisera un seul fichier Python nommé TD1.py pour l'ensemble du TD

EXERCICE N°1 :
Ecrire un algorithme sous Python permettant de calculer les termes des suites :

$$U_n = 2 \times 3^n + 5 \qquad V_n = \frac{6+n}{3}$$

Tester avec plusieurs valeurs de n

EXERCICE N°2 :

On considère la suite $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$ avec $n \geq 1$

1°) Calculer S_1, S_2 et S_3
2°) Ecrire un algorithme sous Python permettant de calculer S_n . Tester avec n = 1 , 2 et 3
3°) Montrer, par récurrence sur n, l'égalité $S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$.
Etudier la convergence de la suite (S_n). Vérifier sur Python avec n = 100 , n = 10 000

EXERCICE N°3 :

On considère la suite (W_n) : $\begin{cases} W_0 = 1 \\ W_{n+1} = 4\,W_n + 6 \end{cases}$

1°) Ecrire un algorithme sous Python permettant de calculer W_n . Tester avec n = 1 , 2 et 3
2°) On admet que la suite (W_n) diverge vers $+\infty$. Ecrire un algorithme sous Python nommé depass(M), qui à un réel M positif fixé, renvoie la plus petite valeur de la suite telle que $W_n > M$ et le rang correspondant. Tester avec M = 100 , M = 100 000
3°) En utilisant la suite $t_n = W_n + 2$,déterminer l'expression de W_n en fonction de n puis la limite de cette suite.

EXERCICE N°4 :
On considère les suites $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$ définies par :

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_{n+1} = \dfrac{3\,a_n + 2\,b_n}{5} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} b_0 = 10 \\ b_{n+1} = \dfrac{2\,a_n + 3\,b_n}{5} \end{cases}$$

1°) Calculer a_1 et b_1 puis a_2 et b_2
2°) Ecrire un algorithme sous Python, nommé exo4(n), qui à un entier n, renvoie le couple $(a_n ; b_n)$. Le tester avec n = 1 et n = 2.
3°) Déterminer la nature des suites $(d_n)_{n\geq 0}$ et $(s_n)_{n\geq 0}$ définies par $d_n = b_n - a_n$ et $s_n = a_n + b_n$
En déduire l'expression de a_n et b_n en fonction de n puis déterminer leur limite. Vérifier sur Python avec n = 10