DS 1 MPSI 2020 – 2021 Lycée Mariette BOULOGNE - SUR - MER

Les algorithmes de ce devoir doivent être écrits en langage Python. En particulier, on prendra soin de l'indentation.

<u>Formulaire :</u>
L=[5,13,8,3,4]
len(L) renvoie le nombre d'éléments de L ici 5 : L=[L[0] , L[1] , L[2] , L[3] , L[4]]
L.append(12) ajoute le nombre 12 dans L : on a alors L=[5,13,8,3,4,12]

<u>EXERCICE N°1 :</u> Deux exemples concrets

1°) Dans un cinéma, la place est à 9 €. Le tarif passe à 7 € si un groupe de 15 personnes ou plus achète des tickets.
Ecrire un algorithme nommé cinema(n), qui à un entier n (au moins égal à 1), renvoie le prix à payer pour n personnes. On a réalisé les tests suivants :

```
>>> cinema(5)
45

>>> cinema(20)
140
```

2°) On étudie la reproduction de bactéries dans un laboratoire.
On dispose au départ (jour 0) de 6 bactéries. Au bout d'une journée, leur nombre a doublé passant ainsi à 12 puis, à 24 bactéries au bout de 2 jours . . .

a) Ecrire un algorithme nommé nbr_bact(j) qui, à un nombre de jours j donné, renvoie le nombre de bactéries présentes. On a réalisé les tests suivants :

```
>>> nbr_bact(2)
24

>>> nbr_bact(5)
192
```

b) Ecrire un algorithme depass(M), qui renvoie la première journée où le nombre de bactéries dépasse M. On a réalisé les tests suivants :

```
>>> depass(30)
3

>>> depass(200)
6
```

<u>EXERCICE N°2 :</u> **Des listes**

On considère une liste L de nombres entiers strictement positifs.

1°) Ecrire un algorithme nommé sommeinverse(L) qui renvoie la somme des inverses des éléments de L.

```
>>> sommeinverse([2,4])
0.75
>>> sommeinverse([2,5,7])
0.8428571428571427
```

Renvoie 1/2 + 1/4 = 0.75

Renvoie 1/2+1/5+1/7 soit 0.842857 . . .

2°) Ecrire un algorithme nommé produit(L) qui renvoie le valeur du produit des éléments de L

```
>>> produit([2,4])
8
>>> produit([2,5,7])
70
```

Renvoie 2 x 4 = 8

Renvoie 2 x 5 x 7 = 70

3°) Ecrire un algorithme nommé nbrepair(L) qui renvoie le nombre d'entiers pairs contenus dans L.

```
>>> nbrepair([2,5,7])
1
>>> nbrepair([2,5,8,4,7,11])
3
```

Renvoie 1 : un seul nombre pair 2

Renvoie 3 : trois nombres pairs 2,8 et 4

<u>EXERCICE N°3 :</u> Des suites

1°) On considère la suite (V_n) : définie par $\begin{cases} V_0 = 1 \quad V_1 = 2 \\ V_{n+2} = 4\,V_{n+1} + 5\,V_n \end{cases}$

Ecrire un algorithme nommé V(n), qui à un entier $n \geq 2$, renvoie la liste des n premiers termes de cette suite.

```
>>> V(5)
[1, 2, 13, 62, 313]
```

2°) On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{1+U_n} \end{cases}$

a) Ecrire un algorithme nommé U(n), qui à un entier n fixé $(n \geq 1)$, renvoie la valeur de U_n

```
>>> U(3)
0.3333333333333333
>>> U(5)
0.2
```

b) On admet que la suite (U_n) est décroissante et converge vers 0. Ecrire un algorithme nommé Uinf(a), qui à un réel a fixé $(0 < a < 1)$, renvoie la première valeur de la suite telle que $U_n < a$ et le rang correspondant.

```
>>> Uinf(0.05)
(0.04761904761904765, 21)
```

Le premier terme strictement inférieur à 0.05 est U_{21}
Ce terme a pour valeur 0.0476…

c) Calculer, à la main, les premiers termes de la suite (U_n), conjecturer l'expression de U_n puis la démontrer par récurrence.