

**Ce devoir est à rendre pour le lundi 25 septembre 2017.**

Toute réponse non justifiée sera considérée comme vide. À l'inverse, tout raisonnement, même non abouti, sera valorisé.

### EXERCICE

Soit  $\lambda > 0$  ; pour  $x \in \mathbb{R}$  on pose  $f(x) = e^{\lambda x}$ .

1. Étudier les variations (limites comprises) de la fonction  $f$ .
2. Soit  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $f(x) = x$  ; montrer qu'alors on a

$$e^{\lambda e^{\lambda x}} = x \tag{1}$$

3. Réciproquement, montrer que toutes les solutions  $x$  de (1) satisfont la relation  $f(x) = x$ .  
*Indication : on pourra raisonner par l'absurde, en supposant par exemple que  $f(x) > x$ .*
4. Résoudre l'équation (1). *Indication : étudier une fonction pertinente et différencier plusieurs cas selon la valeur de  $\lambda$ .*