

## SEMAINE 14

## ► Polynômes (1)

- notion de polynôme à une indéterminée sur un corps  $\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$ , structure d'anneau sur  $\mathbb{K}[X]$ ;
- composition de polynômes;
- degré d'un polynôme (appartenant à  $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$ ), notion de polynôme constant, de coefficient constant, de polynôme unitaire;
- degré d'une somme, d'un produit, d'une composée de polynômes;
- polynômes multiples, diviseurs d'un autre polynôme, relation " $\mid$ " sur  $\mathbb{K}[X]$ ;
- division euclidienne sur  $\mathbb{K}[X]$ ;
- un pgcd de deux polynômes  $A$  et  $B$  est par convention tout élément de degré maximal divisant  $A$  et  $B$  : ils sont tous associés et il existe un unique tel polynôme unitaire, noté  $A \wedge B$  ou  $\text{pgcd}(A, B)$ ;
- algorithme d'Euclide sur  $\mathbb{K}[X]$ ;
- théorèmes de Bézout et Gauss;
- notion de ppcm, unicité dans le cas unitaire, formule  $AB = (A \wedge B)(A \vee B)$ ;
- l'ensemble  $\mathbb{K}[x]$  des fonctions polynomiales sur  $\mathbb{K}$  est en bijection avec  $\mathbb{K}$ ;
- structure d'anneau sur  $\mathbb{K}[x]$ ;
- évaluation d'un polynôme  $P$  en un point  $a$  via sa fonction polynomiale associée, notation (abusive)  $P(a)$ ;
- racines d'un polynôme, tout polynôme admet au plus un nombre de racines égal à son degré;
- $a \in \mathbb{K}$  est une racine de  $P \in \mathbb{K}[X]$  si et seulement si  $X - a$  divise  $P$ ;
- relations coefficients–racines (*l'énoncé général a été vu en cours mais n'est pas exigible : se cantonner à des exercices en petit degré*).

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : construction de  $\mathbb{K}[X]$ , polynômes sur un corps fini, dérivation des polynômes, formule de Taylor, polynômes irréductibles, théorème de d'Alembert–Gauss.*

► Questions de cours (*démonstrations*)

- tout énoncé ou définition est exigible;
- degré d'une composée;
- les ensembles  $\mathbb{K}[X]$  et  $\mathbb{K}[x]$  sont en bijection;
- $a \in \mathbb{K}$  est une racine de  $P \in \mathbb{K}[X]$  si et seulement si  $X - a$  divise  $P$ .