

SEMAINE 5

◇ Nombres réels

✱ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : notion générale de corps ordonné, construction de \mathbb{R} , compacité, connexité, complétude. L'étude des suites numériques fera l'objet d'un chapitre ultérieur : ne pas interroger les étudiants sur des caractérisations séquentielles.*

- corps \mathbb{R} des nombres réels ;
- sous ensembles $\mathbb{R}_+, \mathbb{R}_-$, ordre naturel sur \mathbb{R} ;
- opération sur les inégalités ;
- valeur absolue, inégalités triangulaires ;
- bornes supérieure et inférieure (définies sur \mathbb{R} avec une brève extension à tout ensemble ordonné) ;
- tout ensemble admettant un plus grand (resp. plus petit) élément admet une borne supérieure (resp. inférieure) égale à celui-ci ;
- toute partie de \mathbb{R} non vide et majorée (resp. minorée) admet une borne supérieure (resp. inférieure) ;
- droite réelle achevée : notation $\overline{\mathbb{R}}$, extension de l'ordre naturel, extension partielle de l'addition et de la multiplication, existence de bornes supérieures et inférieures ;
- propriété d'Archimède, partie entière par défaut (notation $[\cdot]$), approximation d'un réel à 10^{-n} près ;
- densité de \mathbb{Q} et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans \mathbb{R} ;
- intervalles, lien à la convexité.

◇ Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- première inégalité triangulaire : $\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|$;
- propriété d'Archimède.