# Semaine 16

## ▶ Polynômes (2)

➠ ***Reprise du programme précédent.***

- dérivée formelle d'un polynôme, extension des formules usuelles (somme, produit, composée) ;
- degré d'un polynôme dérivé, théorème de Rolle pour les polynômes ;
- formule de Taylor ;
- caractérisation des racines multiples par les points d'annulation des dérivées successives ;
- notion de polynôme irréductible ;
- tout polynôme de $\mathbb{K}[X]$ s'écrit de façon unique (à l'ordre près des facteurs) comme produit d'irréductibles ;
- théorème de d'Alembert–Gauss, classification des polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ ;
- caractérisation de la divisibilité dans $\mathbb{C}[X]$ par la multiplicité des racines ;
- classification des polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$ ;
- interpolation de Lagrange.

✖***Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : construction de*** $\mathbb{K}[X]$***, polynômes sur un corps fini, irréductibilité sur*** $\mathbb{Q}[X]$***.***

## ▶ Fractions rationnelles

- notion de fraction rationnelle, corps $\mathbb{K}(X)$, forme irréductible d'une fraction rationnelle ;
- degré d'une fraction rationnelle, degré d'une somme, d'un produit ;
- racines, pôles d'une fraction sous forme irréductible ;
- partie entière, éléments simples ;
- décomposition en éléments simples sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ ***(aucune méthode générale n'est exigible hors des pôles simples ou doubles ; limiter les exercices à des choses raisonnables)*** ;
- dérivée logarithmique d'un polynôme scindé ;
- applications de la décomposition en éléments simples au calcul des primitives.

✖***Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : corps des fractions d'un anneau intègre, construction de*** $\mathbb{K}(X)$***, règles de Bioche.***

## ▶ Questions de cours (***démonstrations***)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- lemme de Gauss ;
- $a \in \mathbb{K}$ est une racine de $P \in \mathbb{K}[X]$ si et seulement si $X - a$ divise $P$ ;
- si $a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ est racine de $P \in \mathbb{R}[X]$, alors $\bar{a}$ l'est également ;
- existence et unicité du polynôme interpolateur de Lagrange.

### ⧫ Exercices CCINP : 85, 87.