

SEMAINE 12

► Dérivation

- nombre dérivé d'une fonction en un point, approximation au premier ordre par la tangente ;
- interprétation géométrique, tangentes horizontales et verticales ;
- toute fonction dérivable en un point y est continue ;
- fonction dérivable sur un intervalle, fonction dérivée, notation f' ;
- dérivées directionnelles, lien à la dérivabilité ;
- fonctions de classe \mathcal{C}^k pour $0 \leq k \leq \infty$;
- opérations sur les dérivées premières : combinaison linéaire, produit, quotient, composition ;
- dérivabilité de la fonction réciproque hors des points critiques ;
- structure d'anneau sur $\mathcal{C}^k(I)$, formule de Leibnitz, le quotient, la composée et l'inverse de fonctions \mathcal{C}^k le sont également sous les bonnes conditions ;
- extrema locaux, lien aux points critiques ;
- théorème de Rolle ;
- théorème et inégalité des accroissements finis ;
- fonctions lipschitziennes ;
- lien entre monotonie et signe de la dérivée **sur un intervalle**, stricte monotonie si l'ensemble des points critiques ne contient aucun intervalle non trivial ;
- prolongement dérivable, \mathcal{C}^k d'une fonction en un point ;
- fonctions convexes, inégalité de Jensen ;
- fonctions convexes régulières : inégalité des pentes et cas des fonctions deux fois dérivables ;
- brève extension aux fonctions à valeurs complexes, inégalité des accroissements finis dans ce cas.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : méthode de Newton, formule de Faa di Bruno.*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- approximation au premier ordre par la tangente ;
- dérivation d'un produit ;
- dérivation d'une composée ;
- si f admet un maximum local en un point a hors des bornes de son intervalle de définition, $f'(a) = 0$;
- une fonction est croissante sur un intervalle si et seulement si sa dérivée y est positive.