Semaine 8

▶ Suites numériques

- notion de suite numérique, vue comme élément de $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$), notation $(u_n)_{n \geq n_0}$;
- suites bornées (cas réel et complexe), suites (dé)croissantes, suites stationnaires ;
- limite réelle d'une suit réelle, notion de suite convergente, notation $u_n \xrightarrow[n \to \infty]{} \ell$, toute suite convergente est bornée ;
- le produit d'une suite convergeant vers 0 par une suite bornée converge vers 0 ;
- suites réelles divergeant vers $\pm\infty$, unicité de la limite ;
- opérations sur les limites dans $\overline{\mathbb{R}}$;
- limite de $(f(x_n))_n$ lorsque $x_n \to a$ et f est continue admettant une limite en a ;
- passage à la limite dans les inégalités, théorème d'encadrement des limites, limite de la valeur absolue d'une suite convergente ;
- suites extraites, notation $(u_{\varphi(n)})_n$, limite dans le cas où $(u_n)_n$ converge, convergence de $(u_n)_n$ si $(u_{2n})_n$ et $(u_{2n+1})_n$ convergent ;
- existence de limite dans le cas monotone, suites adjacentes, théorème des segments emboîtés ;
- théorème de Bolzano–Weierstrass ;
- extension des résultats pertinents aux suites complexes ;
- zoologie des suites usuelles : arithmétiques, géométriques, récurrence linéaires d'ordre 1 et 2 ;
- topologie : caractérisations séquentielles des bornes et de la densité.

✖***Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : suites de Cauchy, complétude, adhérence d'une partie de $\mathbb{R}$.***

▶ Questions de cours (*démonstrations*)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- toute suite convergente est bornée ;
- le produit d'une suite convergeant vers 0 par une suite bornée converge vers 0 ;
- toute suite décroissante d'entiers naturels est stationnaire ;
- convergence de $(u_n)_n$ si $(u_{2n})_n$ et $(u_{2n+1})_n$ convergent ;
- théorème d'encadrement des limites.