

SEMAINES 3 ET 4

► Rappels et compléments d'analyse

- notion de fonction à valeurs réelles, ensembles de départ et d'arrivée, notation

$$f : X \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \dots \quad ;$$

- opérations sur les fonctions : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition ;
- relation d'ordre partielle sur les fonctions : $f \leq g$ si en tout x $f(x) \leq g(x)$;
- fonctions majorées, minorées, bornées ;
- fonctions monotones, somme et composition de fonctions croissantes/décroissantes ;
- extrema locaux et globaux, recherche à l'aide du tableau de variations ;
- fonctions (im)paire, fonctions périodiques ;
- dérivée d'une fonction à valeurs réelles, opération sur les dérivées : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition ;
- zoologie (définition, variations, dérivée, limites) des fonctions usuelles : exponentielles et logarithmes en base quelconque, fonctions puissances (définies sur \mathbb{R}_+ par la formule $x^a = e^{a \ln(x)}$) ;
- notion de fonction réciproque, cas des racines n -ièmes (définies sur \mathbb{R} si n est impair) ;
- croissances comparées : limites, pour $a, b > 0$ de $x^{-a}(\ln(x))^b$, $x^{-b}e^{ax}$ et $x^b e^{-ax}$ en $+\infty$, de $x^a(\ln(x))^b$ en 0.
- fonctions circulaires : cosinus, sinus, tangente ; étude complète (parité, périodicité, dérivabilité, variations, limites, allure de la courbe, valeurs remarquables) ;
- formulaire : angles associés, $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos^2(a) \pm \sin^2(a)$, $\sin(a) \cos(b)$, $\sin(a) \sin(b)$, $\cos(a) \cos(b)$, $\tan(a \pm b)$;
- expression du cosinus et sinus à l'aide de la tangente de l'angle moitié ;
- fonctions circulaires "réciproques" : arc cosinus (à valeurs dans $[0, \pi]$), arc sinus (à valeurs dans $[-\pi/2, \pi/2]$) et arc tangente (à valeurs dans \mathbb{R}) ; étude complète ;
- fonctions hyperboliques : cosinus, sinus et tangente hyperboliques (notations ch, sh et th) ; étude complète ;
- formule $\operatorname{ch}^2(a) - \operatorname{sh}^2(a)$.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : fonctions hyperboliques réciproques, dérivée d'une réciproque dans le cas général, courbes paramétrées, fonctions "exotiques" (cotan, sec, ...), formules d'Euler, (dé)linéarisation. Les techniques relatives à la continuité et à la dérivation feront l'objet de chapitres ultérieurs. On évitera également les exercices centrés sur la bijectivité et les réciproques.*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- étude de fonctions usuelles.